TRIGONOMÉTRIE

MATHS

Rappels cosinus/sinus/tangente

Cosinus :

- **Définie / Continue / Dérivable sur ℝ**
- À valeurs dans [-1;1], 2π périodique
- paire : Cos(-x)=cos(x)
  Cos'(x)=-sin(x)

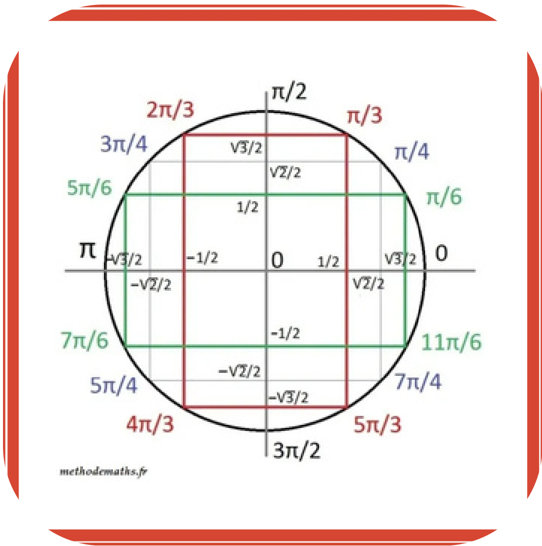
Sinus :

- **Définie / Continue/ Dérivable sur ℝ**
- À valeurs dans [-1;1], 2π périodique
- **Impaire** (sin(-x)=-sin(x))
  sin'(x)=cos(x)

Tangente :

- **Fonction définie sur ℝ \ {$\pi/2 + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$}**
- **Continue sur**]-$\pi/2 + k\pi$; $\pi/2 + k\pi$[
- **Dérivable sur ℝ,** π périodique
- **Impaire** tan'(x)= 1+tan² ou 1/cos²

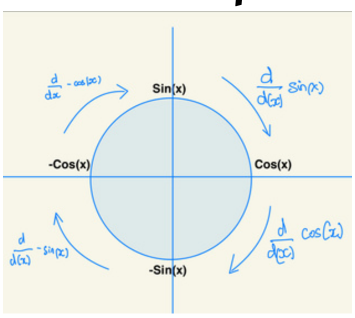
Cercle Trigonométrique



Astuce :

Pour retenir les dérivées de sinus et cosinus, il suffit de faire ¼ de tour dans le sens horaire du cercle trigonométrique

Par exemple :



Ut' Prépares

Valeurs à connaitre :

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	Non définie

Astuce :

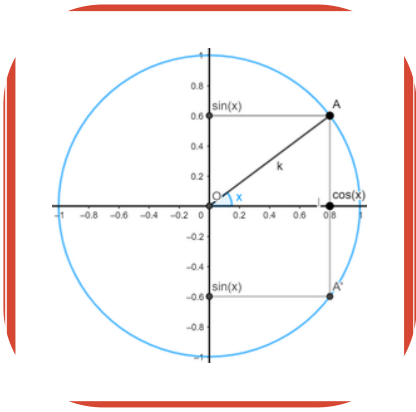
Si on observe bien,
les valeurs de cos et de sin
sont inversées.
Ce n'est donc pas obligé
de retenir l'intégralité du tableau !!

Formules trigonométriques

Conséquence de Pythagore :

$\cos^2+\sin^2=1$

(en effet les fonctions sin et cos forment un triangle rectangle, ainsi on utilise pythagore)



Formule d'addition :

Pour tout couple (a, b) de nombres réels,

$$\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b),$$

$$\cos(a-b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b),$$

$$\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b),$$

$$\sin(a-b) = \sin(a)\cos(b) - \cos(a)\sin(b).$$

Tut' Prépares

Pour aller plus loin :
Fonction circulaire réciproque

Il s'agit des fonctions réciproques des fonctions trigonométriques. Pour rappel les fonctions réciproques sont des fonctions dont le domaine et l'image sont inversées

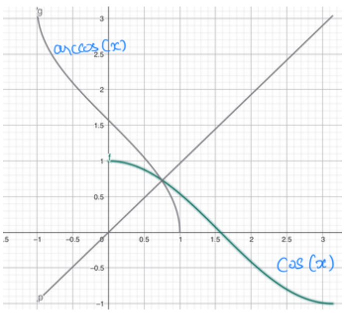
Exemple : ln(x) et exp(x)
ln(x) est définie sur]0 ; +∞[et
est à valeurs dans ℝ
Ainsi par réciproque on trouve :
exp(x) défini sur ℝ et
est à valeurs dans]0 ; +∞[

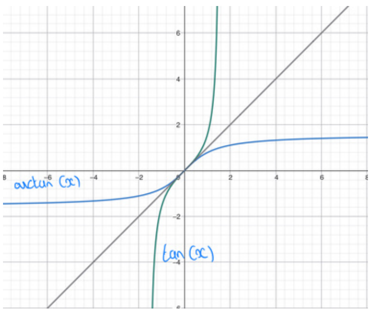
Arccos, réciproque de cosinus en restreignant son intervalle à **[0, π]**

Donc Arccos est définie sur **[-1 ; + 1]**
à valeurs dans **[0, π]**

Elle est **strictement décroissante** sur son intervalle

D'un point de vue graphique,
Arccos et Cos sont **symétriques** entre elles par rapport à la **première bissectrice**



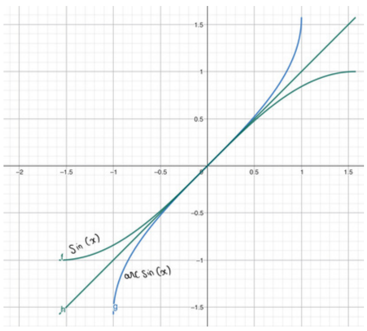


Ainsi pour les fonctions trigonométriques on trouve :

Arcsinus, réciproque de sinus
en restreignant son intervalle à **[– π/2 ; + π/2]**

Donc Arcsinus est définie sur **[– π/2 ; + π/2]**
à valeurs dans **[-1 ; + 1]**
Elle est **strictement croissante** sur son domaine de définition

D'un point de vue graphique,
Arcsin et Sin sont **symétriques** entre elles par rapport à la **première bissectrice**



Arctan, réciproque de tan en restreignant son intervalle à **] – π/2 ; + π/2 [**

Donc Arctan est définie sur ℝ à valeurs dans **] – π/2 ; + π/2 [**

Elle est **strictement croissante** sur son intervalle

D'un point de vue graphique, Arctan et tan sont **symétriques** par rapport à la **première bissectrice**

Ut' Prépar
Ut' Prépares