# Groupe de travail d'UE 4

Semaine du XX/XX au XX/XX

# L’UE4 au concours

- Environ **70 QCM** en 1h30 => c’est très rapide !!!
- Ne paniquez pas si vous ne pouvez pas finir ! Mais n’oubliez pas que réussir en UE4 c’est faire la différence le jour de l’examen !
- Coefficient en fonction des filières :

| Maïeutique | Médecine | Odontologie | Pharmacie | Electro-radiographie médicale | Ergothérapie | Kinésithérapie | Psycho-motricien | Licence |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 6 | 5 | 5 | 7 | 6 | 6 | 5 | 4 |

# Lois de probabilités

***Cours du Pr FRIANT-MICHEL***

# Lois de distribution

Dans votre cours, on vous présente les 3 lois de distributions le plus fréquemment rencontrées :

1/ La loi binomiale

2/ La loi de poisson

3/ La loi de Gauss ou Normale

+ La loi de Galton Mc Allister

Il faut bien connaître:

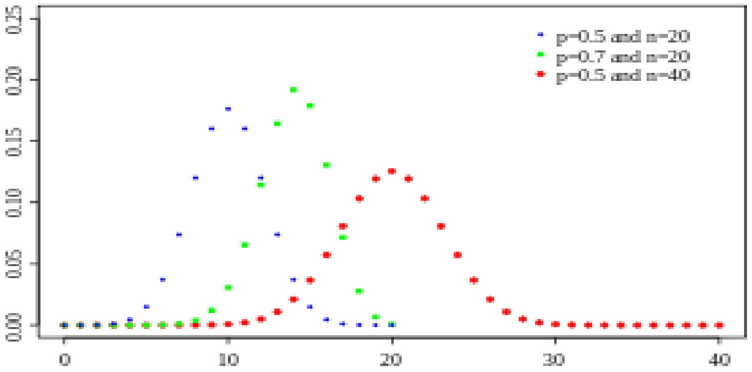
Leur principales caractéristiques,

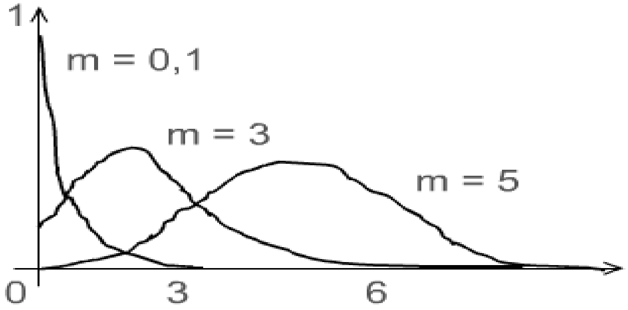
Leur paramètres (moyenne, variance,…)

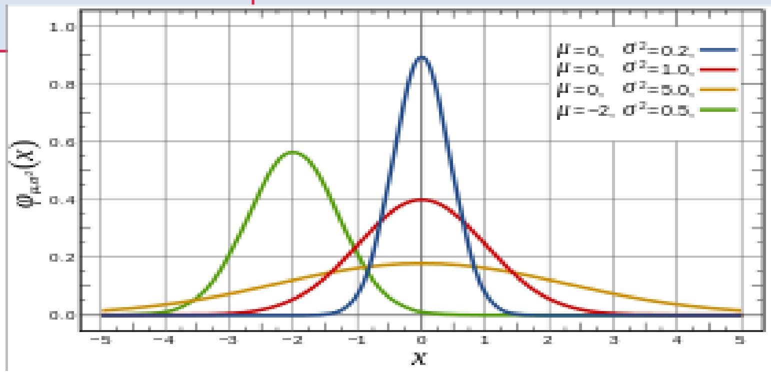
Leur distribution (aspect de la courbe)

Il faut aussi **savoir se servir de leurs tables !**

| | Loi Binomiale | Loi de Poisson | Loi Normale |
|---|---|---|---|
| Modalité | Répétition n fois de la même épreuve de Bernouilli indépendamment | Loi Binomiale lorsque<br>- n tend vers l'infini<br>- $p < 1/30$ | Loi binomiale lorsque<br>- n tend vers l'infini<br>- $p \sim 1/2$ |
| Continuité | Discontinue | Discontinue | Continue |
| Moyenne (=espérance) | np | m | m |
| Variance | npq | m | $\sigma^2$ |
| Applications | | Loi des petites probabilités | Loi la plus courante<br>Fréquemment voisine des distributions rencontrées |



# Lois des tests statistiques

Des lois permettent **d'effectuer des tests:**

1/Loi du Khi 2 → comparer des **distributions**

2/Loi de Student → comparer des **moyennes**

3/Loi de Fisher-Snedecor → comparer des **variances**

4/Loi Normale →test Z (pourcentages et moyennes)

Là aussi, connaissez leur caractéristiques, l'aspect de leur courbes et comment lire les tables!

Les lois du Khi 2 et de Student se rapprochent de la loi Normale pour de grands effectifs, c'est pourquoi dans les tests on utilisera la loi normale pour de grandes valeurs.

# Les tests statistiques

*Cours du Pr FRIANT-MICHEL, et des Drs JAY et LAMBERT*

# C’est quoi un test ?

On connait les **caractéristiques** de nos **échantillons**.

Mais que peut-on dire des **populations** d’où sont extraits ceux-ci ?

=> Utilisation de tests statistiques.

# Deux grands types de tests

Il existe deux grands types de tests :

-les tests **paramétriques** : on **connait** la **loi de distribution** que suit la **variable étudiée**

**ex: Test Z**

-les tests **non paramétriques** : on **ne connait pas** la **loi de distribution** que suit la **variable étudiée**

**ex : Test du Khi2**

**Un test paramétrique est toujours plus efficace qu'un test non paramétrique.**

# Comment on fait ?

1) Identifier la variable.
2) Identifier ce que l'on cherche à tester
3) Choisir le risque
4) Choisir le test adapté (vérifier les conditions)
5) Poser les hypothèses H0, H1
6) Calculer la valeur prise par la statistique
7) Comparer à la valeur lue dans la table adéquate
8) Rejeter ou non H0 et conclure.

# Comment on fait ?

1) Qu'est-ce que j'étudie ?
2) Qu'est-ce que je cherche à montrer ?
3) Quel risque je choisis ?
4) Quel test dois-je utiliser (paramétrique ? conditions d'applications ?)
5) Quelles sont les hypothèses H0 et H1 ?
6) Calculer la valeur prise par la statistique
7) Comparer à la valeur lue dans la table adéquate
8) Rejeter ou non H0 et conclure.

# Comment on fait ?

Deux cas :

si valeur **observée** > valeur **théorique**

**Rejet H0**

si valeur **observée** < valeur **théorique**

**Non Rejet H0**

Les **hypothèses H0** et **H1** se font toujours sur les **POPULATIONS** !!!

L'hypothèse nulle **H0** est toujours «**pas de différence**» !!!

## Comment on fait ?

Le **risque alpha** (ou risque de **première espèce**) est le risque de **rejeter H0** alors qu'elle est **vraie**

Le **risque beta** (ou risque de **deuxième espèce**) est le risque de **ne pas rejeter H0** alors qu'elle est **fausse**

La **puissance** du test est **1-beta**

# Maintenant, à vous !

**QCM : Une étude franco-anglaise s'intéresse à la distribution des différents médicaments anti-vitamines K utilisés dans le traitement de l'embolie pulmonaire. On cherche à savoir si la distribution des trois médicaments diffère entre la France et au Royaume-Uni. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant.**

| | Coumadine | Sintrom | Previscan | Total |
|---|---|---|---|---|
| France | 200 | 300 | 500 | 1000 |
| Royaume-Uni | 250 | 250 | 400 | 1000 |
| Total | 450 | 550 | 900 | 2000 |

**Quel type de test va t-on effectuer ?**

A) Un test de Fisher
B) Un test du $\chi^2$ d'ajustement
C) Un test du $\chi^2$ d'homogénéité
D) Un test de Student
E) Un test de l'écart-réduit (ou test z)

**QCM : Une étude franco-anglaise s'intéresse à la distribution des différents médicaments anti-vitamines K utilisés dans le traitement de l'embolie pulmonaire. On cherche à savoir si la distribution des trois médicaments diffère entre la France et au Royaume-Uni. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant.**

| | Coumadine | Sintrom | Previscan | Total |
|---|---|---|---|---|
| France | 200 | 300 | 500 | 1000 |
| Royaume-Uni | 250 | 250 | 400 | 1000 |
| Total | 450 | 550 | 900 | 2000 |

**Quel type de test va t-on effectuer ?**

**On cherche ici à comparer deux distributions observées, et savoir si elles suivent la même loi : c'est un problème d'homogénéité, donc on va réaliser un test du $\chi^2$ d'homogénéité.**

**QCM : Une étude franco-anglaise s'intéresse à la distribution des différents médicaments anti-vitamines K utilisés dans le traitement de l'embolie pulmonaire. On cherche à savoir si la distribution des trois médicaments diffère entre la France et au Royaume-Uni. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant.**

| | Coumadine | Sintrom | Previscan | Total |
|---|---|---|---|---|
| France | 200 | 300 | 500 | 1000 |
| Royaume-Uni | 250 | 250 | 400 | 1000 |
| Total | 450 | 550 | 900 | 2000 |

**Quel est l'effectif théorique pour la case « Previscan/France » ?**

A) 300
B) 400
C) 450
D) 500
E) 550

QCM : Une étude franco-anglaise s'intéresse à la distribution des différents médicaments anti-vitamines K utilisés dans le traitement de l'embolie pulmonaire. On cherche à savoir si la distribution des trois médicaments diffère entre la France et au Royaume-Uni. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant.

| | Coumadine | Sintrom | Previscan | Total |
|---|---|---|---|---|
| France | 200 | 300 | 500 | 1000 |
| Royaume-Uni | 250 | 250 | 400 | 1000 |
| Total | 450 | 550 | 900 | 2000 |

**La formule pour calculer les effectifs théoriques est**

**(total de la ligne)*(total de la colonne)/(effectif total)**

**Ainsi ici dans le cas « Previscan/France », l'effectif théorique est**

**900*1000/2000 = 900/2 = 450**

__QCM__ **: Une étude franco-anglaise s'intéresse à la distribution des différents médicaments anti-vitamines K utilisés dans le traitement de l'embolie pulmonaire. On cherche à savoir si la distribution des trois médicaments diffère entre la France et au Royaume-Uni. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant.**

| | Coumadine | Sintrom | Previscan | Total |
|---|---|---|---|---|
| France | 200 | 300 | 500 | 1000 |
| Royaume-Uni | 250 | 250 | 400 | 1000 |
| Total | 450 | 550 | 900 | 2000 |

**Quel est le nombre de degrés de libertés du test ?**

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5

**QCM : Une étude franco-anglaise s'intéresse à la distribution des différents médicaments anti-vitamines K utilisés dans le traitement de l'embolie pulmonaire. On cherche à savoir si la distribution des trois médicaments diffère entre la France et au Royaume-Uni. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant.**

| | Coumadine | Sintrom | Previscan | Total |
|---|---|---|---|---|
| France | 200 | 300 | 500 | 1000 |
| Royaume-Uni | 250 | 250 | 400 | 1000 |
| Total | 450 | 550 | 900 | 2000 |

**Pour un test du $\chi^{2,}$ le nombre de ddl est :**

**(nombre de lignes – 1)(nombre de colonnes – 1)**

**Ici, nb de ddl = (3-1)(2-1) = 2*1 = 2**

QCM : Une étude franco-anglaise s'intéresse à la distribution des différents médicaments anti-vitamines K utilisés dans le traitement de l'embolie pulmonaire. On cherche à savoir si la distribution des trois médicaments diffère entre la France et au Royaume-Uni. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant.

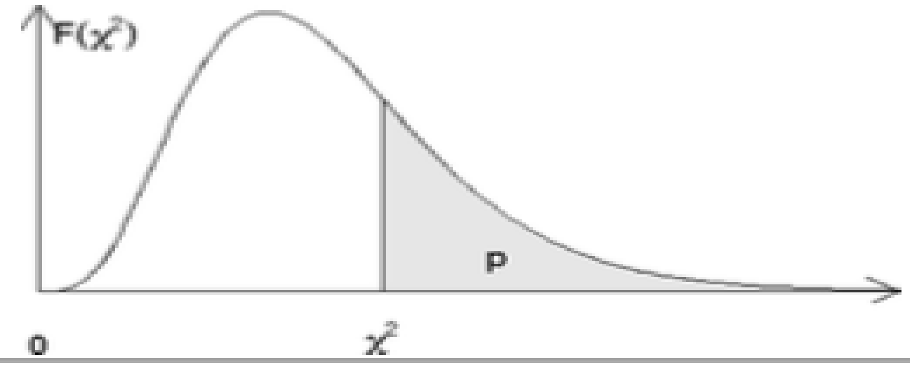
| | Coumadine | Sintrom | Previscan | Total |
|---|---|---|---|---|
| France | 200 (225) | 300 (275) | 500 (450) | 1000 |
| Royaume-Uni | 250 (225) | 250 (275) | 400 (450) | 1000 |
| Total | 450 | 550 | 900 | 2000 |

**La valeur de la statistique est $\chi^2 = 21{,}2$. Aux risques alpha 5% et 10%, peut-on affirmer que la distribtuion des AVK dans le traitement de l'embolie pulmonaire est-elle la même en France et au Royaume-Uni ?**

$$\chi^2 = \frac{(200-225)^2}{225} + \frac{(250-225)^2}{225} + \frac{(300-275)^2}{275} + \frac{(250-275)^2}{275} + \frac{(500-450)^2}{450} + \frac{(400-450)^2}{450}$$

# Table du $\chi^2$ de Pearson

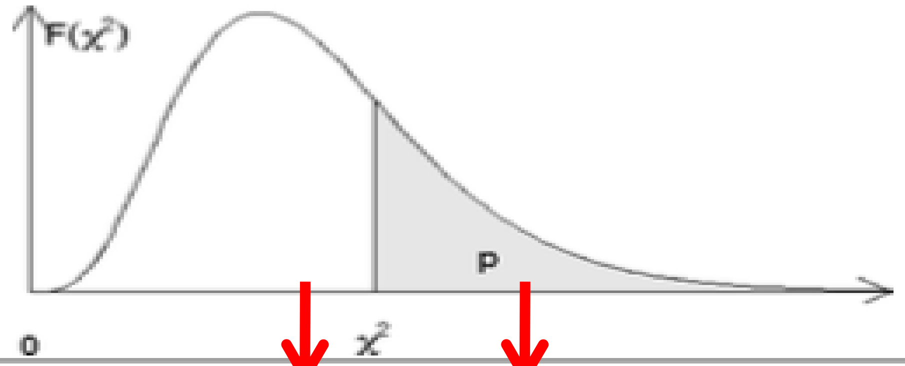
Valeurs de $\chi^2$ ayant la probabilité $p$ d'être dépassées




| $\nu$ \ $p$ | 0,99 | 0,975 | 0,95 | 0,9 | 0,1 | 0,05 | 0,025 | 0,01 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0,000 16 | 0,000 98 | 0,003 93 | 0,015 8 | 2,71 | 3,84 | 5,02 | 6,63 |
| 2 | 0,02 | 0,05 | 0,10 | 0,21 | 4,61 | 5,99 | 7,38 | 9,21 |
| 3 | 0,11 | 0,22 | 0,35 | 0,58 | 6,25 | 7,81 | 9,35 | 11,34 |
| 4 | 0,30 | 0,48 | 0,71 | 1,06 | 7,78 | 9,49 | 11,14 | 13,28 |
| 5 | 0,55 | 0,83 | 1,15 | 1,61 | 9,24 | 11,07 | 12,83 | 15,09 |
| 6 | 0,87 | 1,24 | 1,64 | 2,20 | 10,64 | 12,59 | 14,45 | 16,81 |
| 7 | 1,24 | 1,69 | 2,17 | 2,83 | 12,02 | 14,07 | 16,01 | 18,48 |
| 8 | 1,65 | 2,18 | 2,73 | 3,49 | 13,36 | 15,51 | 17,53 | 20,09 |
| 9 | 2,09 | 2,70 | 3,33 | 4,17 | 14,68 | 16,92 | 19,02 | 21,67 |
| 10 | 2,56 | 3,25 | 3,94 | 4,87 | 15,99 | 18,31 | 20,48 | 23,21 |

# Table du $\chi^2$ de Pearson

Valeurs de $\chi^2$ ayant la probabilité $p$ d'être dépassées




| $\nu$ \ $p$ | 0,99 | 0,975 | 0,95 | 0,9 | 0,1 | 0,05 | 0,025 | 0,01 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0,000 16 | 0,000 98 | 0,003 93 | 0,015 8 | 2,71 | 3,84 | 5,02 | 6,63 |
| 2 | 0,02 | 0,05 | 0,10 | 0,21 | 4,61 | 5,99 | 7,38 | 9,21 |
| 3 | 0,11 | 0,22 | 0,35 | 0,58 | 6,25 | 7,81 | 9,35 | 11,34 |
| 4 | 0,30 | 0,48 | 0,71 | 1,06 | 7,78 | 9,49 | 11,14 | 13,28 |
| 5 | 0,55 | 0,83 | 1,15 | 1,61 | 9,24 | 11,07 | 12,83 | 15,09 |
| 6 | 0,87 | 1,24 | 1,64 | 2,20 | 10,64 | 12,59 | 14,45 | 16,81 |
| 7 | 1,24 | 1,69 | 2,17 | 2,83 | 12,02 | 14,07 | 16,01 | 18,48 |
| 8 | 1,65 | 2,18 | 2,73 | 3,49 | 13,36 | 15,51 | 17,53 | 20,09 |
| 9 | 2,09 | 2,70 | 3,33 | 4,17 | 14,68 | 16,92 | 19,02 | 21,67 |
| 10 | 2,56 | 3,25 | 3,94 | 4,87 | 15,99 | 18,31 | 20,48 | 23,21 |

**QCM : Une étude franco-anglaise s'intéresse à la distribution des différents médicaments anti-vitamines K utilisés dans le traitement de l'embolie pulmonaire. On cherche à savoir si la distribution des trois médicaments diffère entre la France et au Royaume-Uni. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant.**

| | Coumadine | Sintrom | Previscan | Total |
|---|---|---|---|---|
| France | 200 (225) | 300 (275) | 500 (450) | 1000 |
| Royaume-Uni | 250 (225) | 250 (275) | 400 (450) | 1000 |
| Total | 450 | 550 | 900 | 2000 |

**La valeur de la statistique est $\chi^2 = 21,2$. Aux risques alpha 5% et 10%, peut-on affirmer que la distribtuion des AVK dans le traitement de l'embolie pulmonaire est-elle la même en France et au Royaume-Uni ?**

**On regarde dans la table du khi 2, à 2 ddl :**

**Alpha = 5%, $\chi^2_{th} = 5,99$. -> $\chi^2 > \chi^2_{th}$ donc on rejette H0.**

**Alpha = 10%, $\chi^2_{th} = 4,61$. -> $\chi^2 > \chi^2_{th}$ donc on rejette H0.**

**= différence significative**

# Comparaisons de moyennes


*Student (de son vrai nom William Gosset) a inventé un test statistique permettant de contrôler la qualité de production de la Guinness*

# Comparaison de moyennes

## moy. théorique et moy. expérimentale

**H0 : $\mu_{exp} = \mu_{th}$** *(La moyenne dans la population vaut $\mu_{th}$)*

Deux cas, selon que l'on connaisse ou non la variance de la population $\sigma^2$ :

On **connait $\sigma^2$**

**Test Z (ou test de l'écart-réduit)**

X doit suivre une loi normale

$$z_{obs} = \frac{\overline{x} - \mu_0}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}}$$

On compare avec $\varepsilon_\alpha$, lue dans la **table de l'écart-réduit de la loi normale.**

On **ne connait pas $\sigma^2$**

**Test t de Student**

X doit suivre une loi normale ou N > 30

$$t_{obs} = \frac{\overline{x} - \mu_0}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}}$$

On compare avec $t_\alpha$, lue dans la **table de la loi de Student à N-1 ddl.**

# Comparaison de moyennes

## moyennes sur séries appariées
## -> échantillons non indépendants

On ne compare pas directement les moyennes, mais on va tester si la moyenne des différences vaut 0 :

**H0 : $\mu_D = 0$** *(La moyenne des différences des deux mesures sur les individus est nulle)*

On se ramène donc au cas d'une comparaison d'une moyenne expérimentale à une moyenne théorique, qui vaut 0.

Attention :
moyenne des différences = différence des moyennes

MAIS variance des différences ≠ différence des variances !

# Comparaison de moyennes

## moyennes sur échantillons indépendants

On cherche à comparer deux moyennes sur échantillons indépendants.

Il ne faut pas oublier dans les conditions d'applications du test de Student l'homoscédasticité = égalité des variances. Ceci est vérifiable avec le test de Fisher (voir plus loin).

**H0 : $\mu_1 = \mu_2$** *(Les moyennes sont les mêmes dans les deux populations.)*

On applique la même formule que plus haut, mais en utilisant la variance commune, estimée en faisant la moyenne pondérée des effectifs des variances estimée des deux groupes :

$$s_c^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$T = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{S_c^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

=> à comparer dans une table de Student à $n_1 + n_2 - 2$ ddl

# Comparaison de moyennes

## moyennes sur échantillons indépendants

**Deux cas particuliers :**

**Si $n_1 \geq 30$ et $n_2 \geq 30$**, on peut utiliser le **test Z**. La statistique devient donc :

$$Z = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

Si $n_1 = n_2 = n$, la formule de base se simplifie. La statistique devient donc :

$$T = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2 + S_2^2}{n}}}$$

# Comparaison de moyennes

**tests non paramétriques**

## moyennes observées sur échantillons indépendants

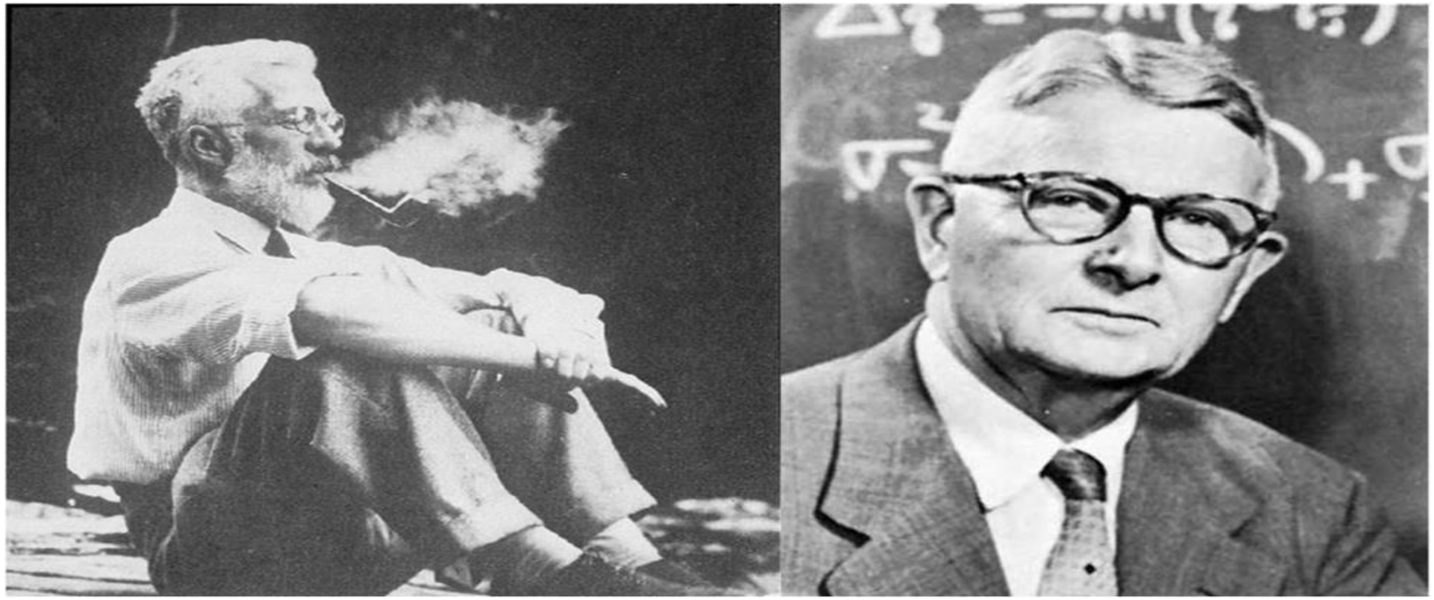
Test de Mann-Whitney-Wilcoxon

## moyennes observées sur échantillons appariés

Test des rangs signés de Wilcoxon

**Voir cours pour les méthodes**

# Comparaisons de variances



*Ronald Fisher, un des plus grands statisticiens du XXè siècle*

# Comparaison de variances

## -> Test de Fisher

**Homoscédasticité** = **égalité** des variances
Hétéroscédasticité = les variances ne sont pas égales

H0 : $\sigma^2_1 = \sigma^2_2$ *(Les variances dans les populations sont les mêmes)*

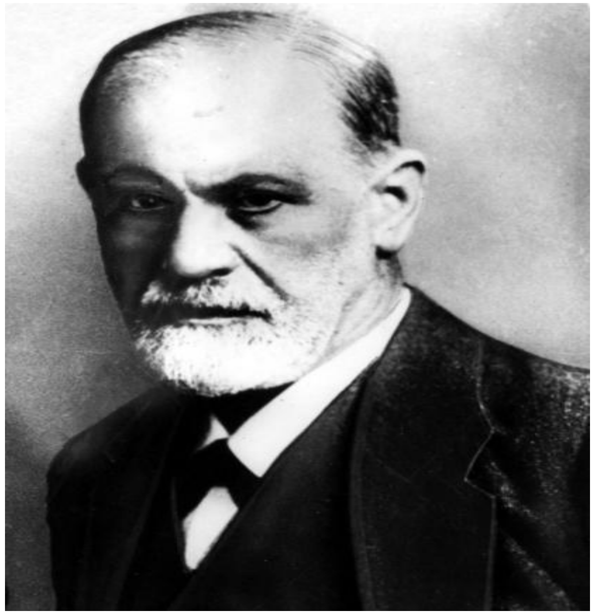
$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$$

On place toujours **la variance la plus élevée au numérateur** donc F>1

On compare cette valeur à celle lue dans la table de Fisher pour **(alpha/2)** à $n_1$-1 et $n_2$-1 ddl

| $\nu_2$ \ $\nu_1$ | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| 1 | 647,789 | 799,500 | 864,163 |
| 2 | 38,506 | 39,000 | 39,165 |
| 3 | 17,443 | 16,044 | 15,439 |
| 4 | 12,218 | 10,649 | 9,979 |

# Comparaisons de pourcentages



*Quinn McNemar, statisticien et psychologue*

# Test bilatéral VS unilatéral

Pour un test **bilatéral**, on va chercher s'il y a une différence, **peu importe laquelle**.

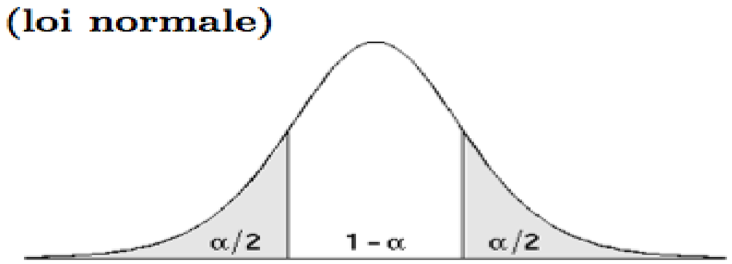
Pour un test **unilatéral**, on va chercher à savoir si un paramètre est plus **grand** ou plus **petit** que l'autre.

Dans les deux cas, H0 reste «pas de différence», mais H1 change :

Test bilatéral -> H1 : « $\mu_1 \neq \mu_2$ »

Test unilatéral -> H1 : « $\mu_1 > \mu_2$ » ou « $\mu_1 < \mu_2$ » selon le cas.

Pour compenser la table de l'écart-réduit qui cherche une différence «des deux côtés», pour un test unilatéral on va lire à 2 alpha.



# Comparaison de pourcentages

## % observé à % théorique

H0 : $\pi = \pi_{th}$ *(La proportion dans la population vaut la proportion théorique $\pi_{th}$)*
Test bilatéral : H1 : «$\pi$ différent de $\pi_{th}$»
Test unilatéral : H1 : «$\pi < \pi_{th}$» ou «$\pi > \pi_{th}$»
Deux possibilités équivalentes :

### Test du Khi2 de conformité

| | EFFECTIF OBSERVE | EFFECTIF THEORIQUE |
|---|---|---|
| | $O_1 = np$ | $C_1 = n\pi_{th}$ |
| | $O_2 = n(1-p)$ | $C_2 = n(1-\pi_{th})$ |

Conditions d'application et valeur de la statistique comme un Khi 2 normal

On compare dans la table du Khi 2 à 1 ddl

### Test Z

Conditions : $n\pi_{th} > 5$ ET $n(1-\pi_{th}) > 5$

$$z = \frac{p - \pi_{th}}{\sqrt{\frac{\pi_{th}.(1-\pi_{th})}{n}}}$$

On compare à la valeur $z_{alpha}$ lue dans la table de l'écart-réduit

# Comparaison de pourcentages

## % observés sur échantillons indépendants

H0 : $\pi_1 = \pi_2$ *(Les échantillons sont issus de la même population de pourcentage $\pi_0$)*
Test bilatéral : H1 : «$\pi_1$ différent de $\pi_2$»
Test unilatéral : H1 : «$\pi_1 < \pi_2$» ou «$\pi_1 > \pi_2$ »
Deux possibilités équivalentes :

### Test du Khi2 de conformité

| | EFFECTIF OBSERVE 1 | EFFECTIF OBSERVE 2 |
|---|---|---|
| | $n_1p_1$ | $n_2p_2$ |
| | $n_1(1-p_1)$ | $n_2(1-p_2)$ |

Conditions d'application et valeur de la statistique comme un Khi 2 normal

On compare dans la table du Khi 2 à 1 ddl

### Test Z

Conditions : $n_1\pi_0 > 5$ ET $n_1(1-\pi_0) > 5$ ET $n_2\pi_0 > 5$ ET $n_2(1-\pi_0) > 5$

$$z = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{\frac{p_0.(1-p_0)}{n_1} + \frac{p_0.(1-p_0)}{n_2}}} \quad \text{avec} \quad p_0 = \frac{n_1.p_1 + n_2.p_2}{n_1 + n_2}$$

On compare à la valeur $z_{alpha}$ lue dans la table de l'écart-réduit

# Comparaison de pourcentages

**Pourcentages observés sur échantillons appariés**

**Test de McNemar (Khi 2)**

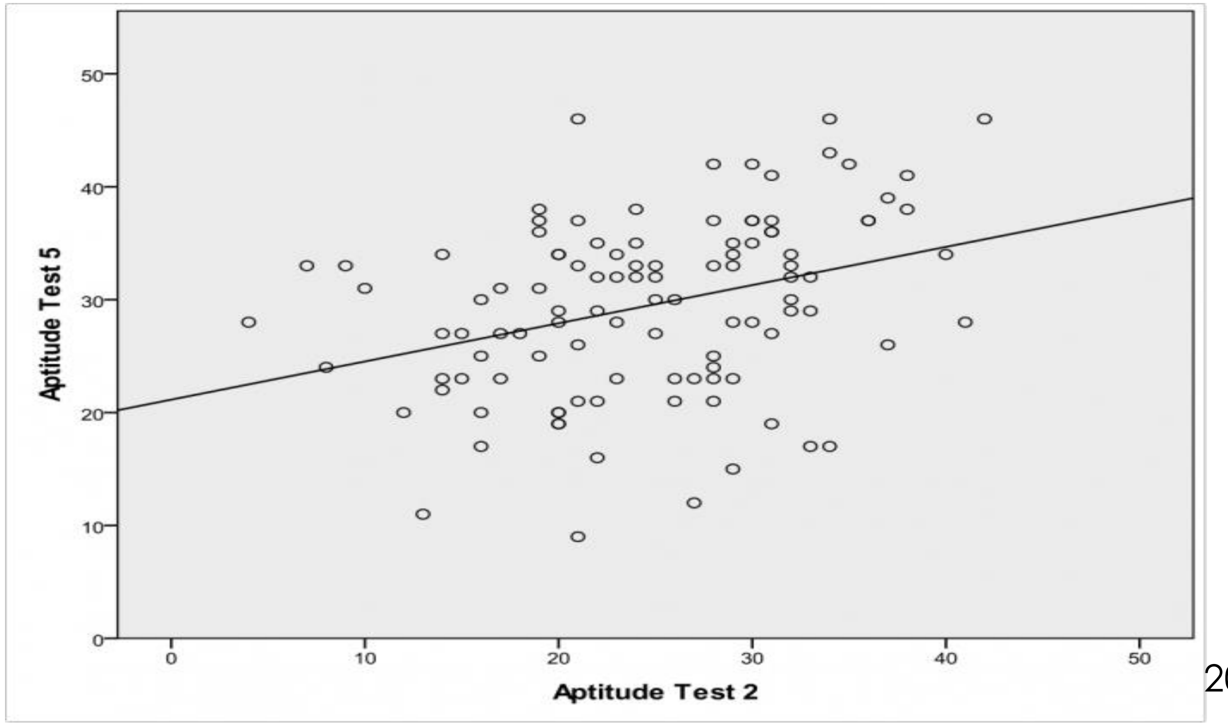
**Test Z**

**Pour les calculs, voir cours**

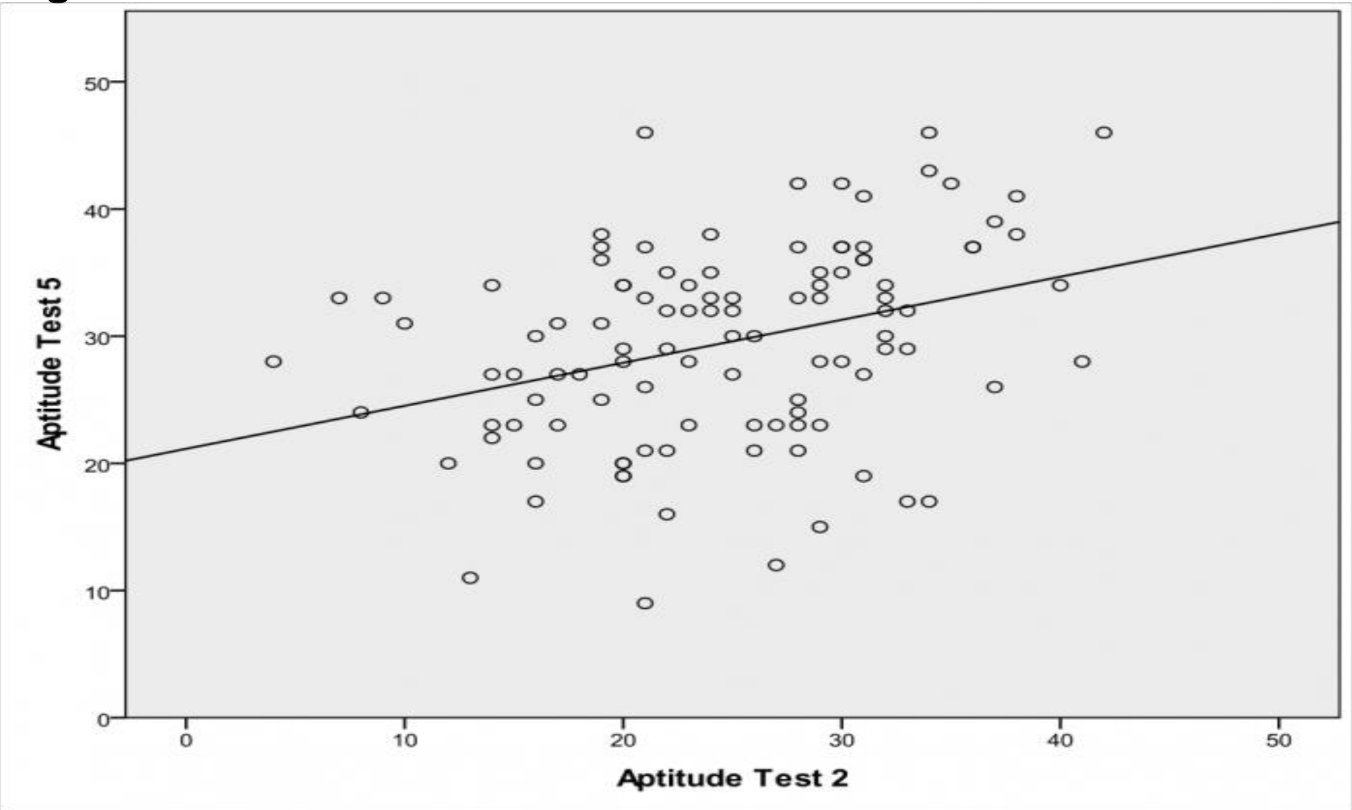
# Maintenant, à vous !

Dans le cadre d'une étude on est amené à faire passer deux tests d'aptitude à un échantillon de 60 sujets. Les résultats dans les deux tests sont rapportés à une même échelle comprise entre 0 et 100.
Pour chaque sujet vous disposez des résultats aux deux tests. On supposera la normalité de la distribution des résultats des tests tant pour ceux du test n°2 et ceux du test n°5.

**La question est de savoir si les résultats du test n°2 peuvent permettre de prédire ceux du test n°5. Il a été établi la droite de régression suivante :**



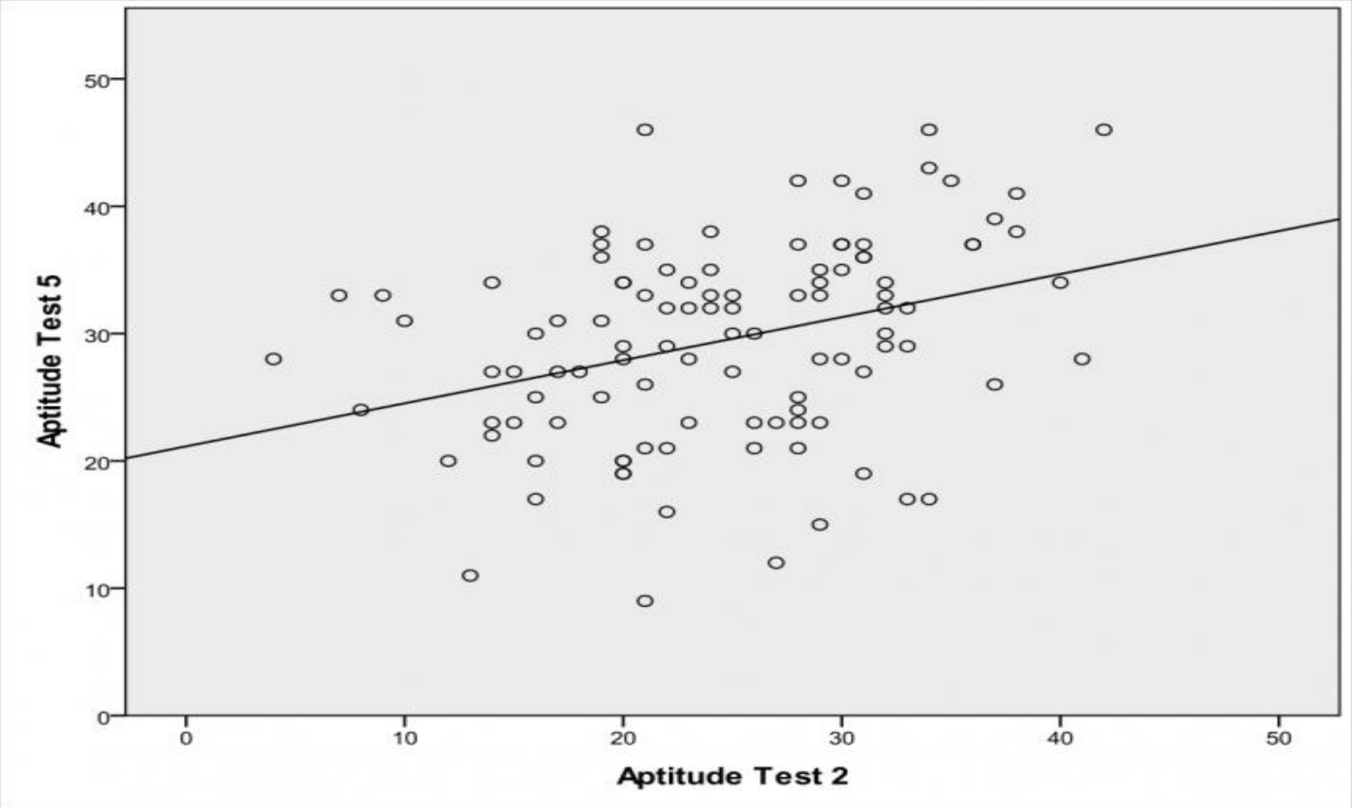
**La question est de savoir si les résultats du test n°2 peut permettre de prédire ceux du test n°5. Il a été établi la droite de régression suivante :**




Pour répondre à cette question, il aurait fallu :

A) Utiliser une régression linéaire avec les résultats au test n°5 en abscisse et les résultats au test n°2 en ordonnées.
B) Utiliser une droite de corrélation
C) Utiliser une comparaison de variances sur échantillons appariés
D) Utiliser une comparaison de moyennes sur échantillons appariés
E) La méthode utilisée est correcte

**La question est de savoir si les résultats du test n°2 peut permettre de prédire ceux du test n°5. Il a été établi la droite de régression suivante :**

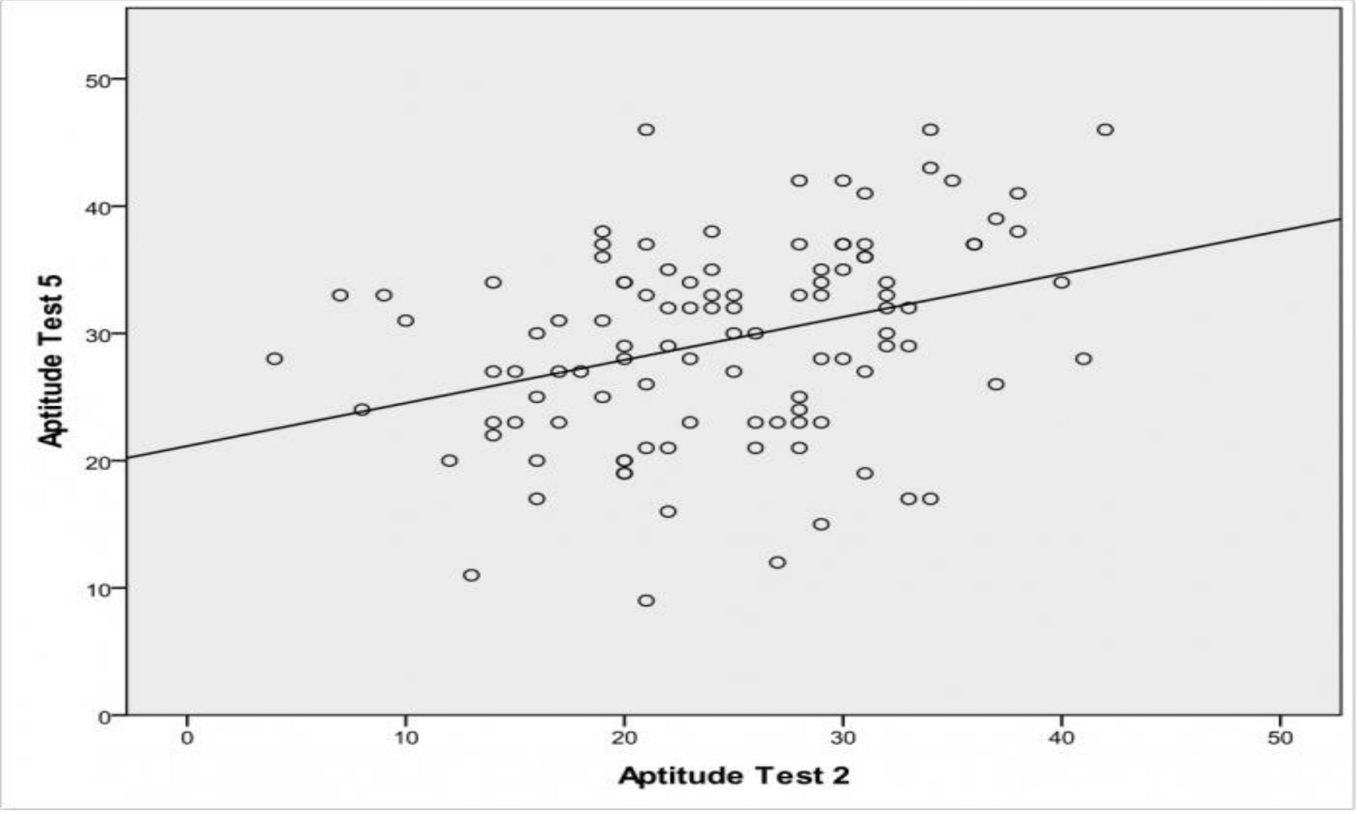



Pour répondre à cette question, il aurait fallu :

E) La méthode utilisée est correcte

Les variables ne sont pas interchangeables (prédire une valeur en sachant une autre) => Régression
Résultat du test n°2 = variable explicative (en abscisse)
Résultat du test n°5 = variable à expliquer (en ordonnées)

**La question est de savoir si les résultats du test n°2 peut permettre de prédire ceux du test n°5. Il a été établi la droite de régression suivante :**




Répondez par vrai ou faux aux affirmations suivantes :

A) Une équation plausible de la droite de corrélation est $\hat{y}_i = 0,54x_i + 12$

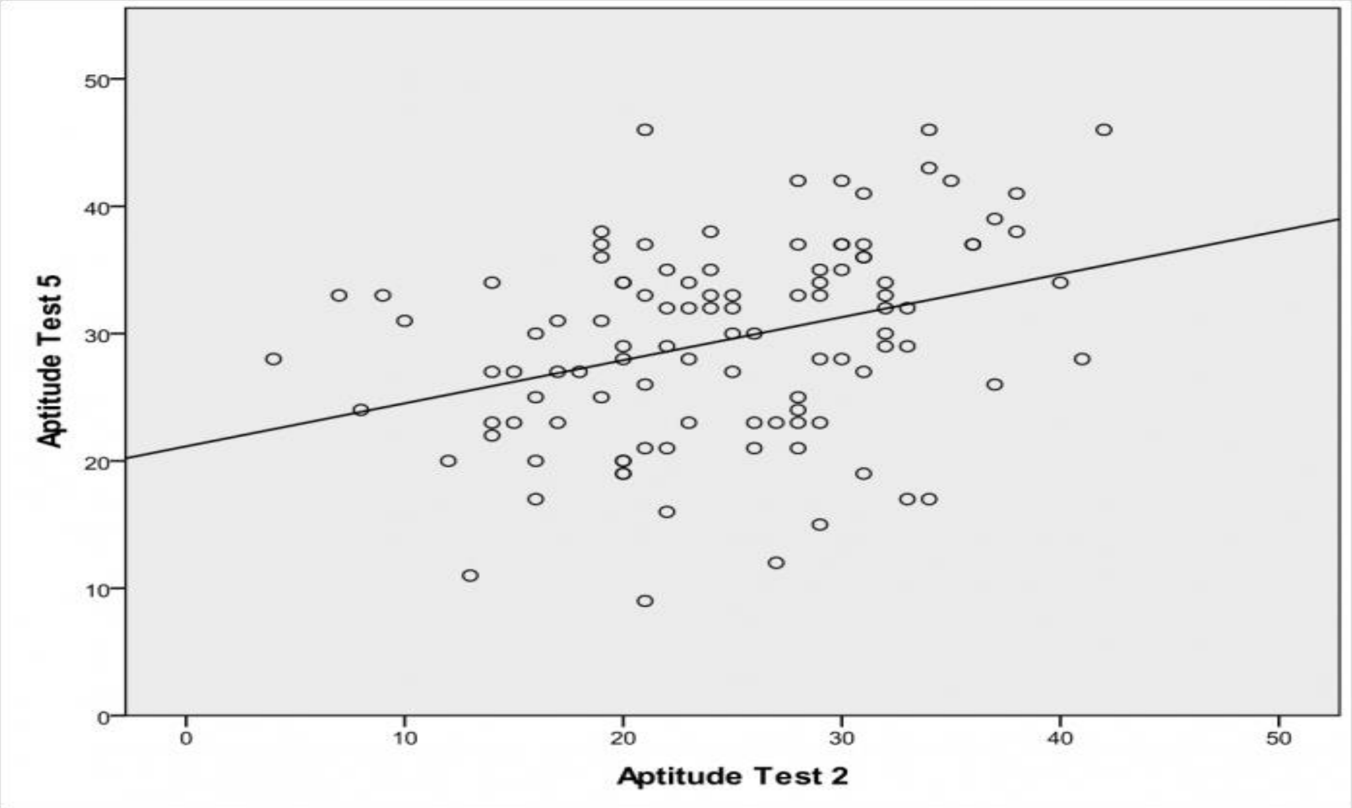
B) Une équation plausible de la droite de corrélation est $\hat{y}_i = -0,59x_i + 22$

C) Une équation plausible de la droite de corrélation est $\hat{y}_i = 0,58x_i + 21$

D) Le coefficient de corrélation théorique ne fait pas intervenir la covariance.

E) Le coefficient de corrélation linéaire est ici positif.

**La question est de savoir si les résultats du test n°2 peut permettre de prédire ceux du test n°5. Il a été établi la droite de régression suivante :**




Répondez par vrai ou faux aux affirmations suivantes :

A) Une équation plausible de la droite de corrélation est $\hat{y}i = 0{,}54xi + 12$

*-> mauvaise ordonnée à l'origine*

B) Une équation plausible de la droite de corrélation est $\hat{y}i = - 0{,}59xi + 22$

*-> pente négative !*

C) Une équation plausible de la droite de corrélation est $\hat{y}i = 0{,}58xi + 21$

D) Le coefficient de corrélation théorique ne fait pas intervenir la covariance.

E) Le coefficient de corrélation linéaire est ici positif.

*-> vrai car la pente est positive*

Dans le cadre d'une étude on est amené à faire passer deux tests d'aptitude à un échantillon de 60 sujets. Les résultats dans les deux tests sont rapportés à une même échelle comprise entre 0 et 100.
Pour chaque sujet vous disposez des résultats aux deux tests. On supposera la normalité de la distribution des résultats des tests tant pour ceux du test n°2 et ceux du test n°5.

**On souhaite maintenant savoir si les résultats moyens aux deux tests d'aptitudes sont les mêmes. Quel test statistique doit-on effectuer ?**

A) Un test des rangs signés de Wilcoxon
B) Un test de Mann-Whitney-Wilcoxon
C) Un test de l'écart-réduit
D) Un test de Student
E) Un test de Fisher

**Dans le cadre d'une étude on est amené à faire passer deux tests d'aptitude à un échantillon de 60 sujets. Les résultats dans les deux tests sont rapportés à une même échelle comprise entre 0 et 100.**
**Pour chaque sujet vous disposez des résultats aux deux tests. On supposera la normalité de la distribution des résultats des tests tant pour ceux du test n°2 et ceux du test n°5.**

**On souhaite maintenant savoir si les résultats moyens aux deux tests d'aptitudes sont les mêmes. Quel test statistique doit-on effectuer ?**

A) Un test des rangs signés de Wilcoxon

utilisé pour des petits effectifs (<30) et loi inconnue pour comparer des moyennes sur échantillons appariés

B) Un test de Mann-Whitney-Wilcoxon

utilisé pour des petits effectifs (<30) et loi inconnue pour comparer des moyennes sur échantillons indépendants

C) Un test de l'écart-réduit

utilisé pour comparer moyennes observée et théorique si on connaît la variance de la population / comparaison de pourcentages

**D) Un test de Student**

**utilisé pour comparer moyennes observée et théorique si on ne connaît pas la variance de la population**

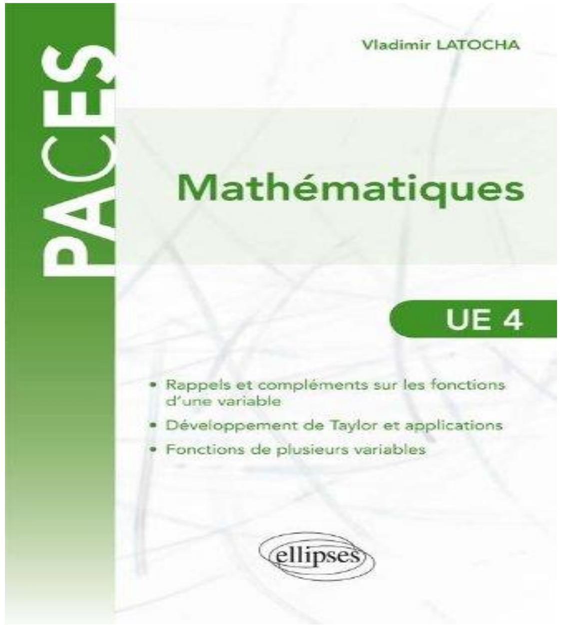
E) Un test de Fisher

utilisé pour comparer des variances

Ici, on fera la moyenne des différences des résultats au test d'aptitudes qu'on comparera à la moyenne théorique des différences = 0.

# Partie maths

Toujours les mêmes questions...
=> Annales +++
=> Colles +++, QCMs en ligne
=> Livre du Pr Latocha



# Fonction à plusieurs variables

*Cours de M. Latocha*

# Dérivées partielles

Comme on a plusieurs variables, on a autant de dérivées partielles que de variables :
Pour calculer une dérivée partielle, on choisit la **variable** que l'on **dérive** et on considère **toutes les autres** comme **constantes**.

$f(x, y) = 3x^2y - \sqrt{x} + 4y$

$\partial f/\partial x = 6xy - 1/2\sqrt{x}$

Dérivée partielle par rapport à x :
On fixe y constante
On dérive par rapport à x

$\partial f/\partial y = 3x^2 + 4$

Dérivée partielle par rapport à y :
On fixe x constante
On dérive par rapport à y

# Dérivées partielles

Une fois qu'on a les dérivées partielles (premières), on peut continuer à dériver, soit par rapport à la même variable, soit par rapport à une variable différente.

$f(x, y) = 3x^2y - \sqrt{x} + 4y$

$\partial f/\partial x = 6xy - 1/2\sqrt{x}$

$\partial f/\partial y = 3x^2+4$

$\partial^2 f/\partial x^2 = 6y - 1/4\sqrt{(x^3)}$

$\partial^2 f/\partial x\partial y = 6x$

$\partial^2 f/\partial y^2 = 0$

On dérive deux fois par rapport à x

On dérive par rapport à x puis par rapport à y ou inversement

On dérive deux fois par rapport à y

$\mathbf{\partial^2 f/\partial x\partial y = \partial^2 f/\partial y\partial x}$

# Points critiques

Un point critique d'une fonction à plusieurs variables est un point où toutes les dérivées partielles sont nulles.
Pour une fonction à deux variables : **(a, b)** est un **point critique** de f si :

$$\partial f/\partial x\ (a, b) = 0 \text{ ET } \partial f/\partial y\ (a, b) = 0$$

Lorsqu'on a un point critique, il peut y avoir un maximum, minimum, ou point selle. Pour en savoir plus, on va calculer les dérivées secondes en ce point.
On utilise les notations de Monge :

$$\partial^2 f/\partial x^2\ (a, b) = r$$
$$\partial^2 f/\partial x \partial y\ (a, b) = s$$
$$\partial^2 f/\partial y^2\ (a, b) = t$$

# Points critiques

$\partial^2 f/\partial x^2\ (a, b) = r$
$\partial^2 f/\partial x\partial y\ (a, b) = s$
$\partial^2 f/\partial y^2\ (a, b) = t$

On calcule ensuite la quantité **$tr-s^2$** et on conclut selon le signe :

**Si $tr-s^2>0$ : - si $r<0$ : maximum en (a, b)**
**- si $r>0$ : minimum en (a, b)**

**Si $tr-s^2<0$ : point selle (= point-col)**

**Si $tr-s^2 = 0$ : on ne peut pas conclure.**

**QCM : Soit une fonction f définie par $f(x, y) = 3^x y^3$. Indiquez pour chaque affirmation si elle est vraie ou fausse.**

A) Les points critiques de f sont tous les points tels que $y = 0$

B) Cette fonction n'a qu'un point critique, à savoir $(1, 0)$

C) Cette fonction admet un extremum en $(1, 0)$

D) Le calcul des dérivées secondes ne permet pas de conclure quant à la présence d'un extremum en $(1, 0)$

E) Le minimum de cette fonction est 0

## $f(x, y) = 3^x y^3$

$\partial f/\partial x = \ln(3).3^x y^3$
$\partial f/\partial y = 3^x 3y^2$

®Un produit de facteurs est nul si et seulement si au moins un des facteurs est nul
ln(3) ou $3^x$ n'est jamais nul... par contre $y^a$ est nul pour y =0
Donc les points critiques de f sont ceux qui ont un y = 0. On s'intéresse à (1,0).

$\partial^2 f/\partial x^2 = \ln(3).\ln(3).3^x y^3 = 2\ln(3).3^x y^3$
®$\partial^2 f/\partial x^2\,(1,0) = 0$

**r = 0**

$\partial^2 f/\partial x\partial y = \ln(3).3^x.3y^2 = 3\ln(3).3^x y^2$
®$\partial^2 f/\partial x\partial y\,(1,0) = 0$

**s = 0**

$\partial^2 f/\partial y^2 = 3^x 6y$
®$\partial^2 f/\partial x^2\,(1,0) = 0$

**t = 0**

**f(x, y) =** $\exp(3^x \times y^3)$

On calcule donc la quantité tr-s$^2$ :

tr-s$^2$ = 0*0-0$^2$

On a donc tr-s$^2$ = 0 donc on ne peut pas conclure quant à la présence d'un extrêmum ou d'un point-selle en (1,0)

(c'est la même chose pour tous les points (x, 0)...)

**QCM** : Soit une fonction f définie par $f(x, y) = 3^x y^3$. Indiquez pour chaque affirmation si elle est vraie ou fausse.

A) Les points critiques de f sont tous les points tels que $y = 0$
B) Cette fonction n'a qu'un point critique, à savoir $(1, 0)$
C) Cette fonction admet un extremum en $(1, 0)$
D) Le calcul des dérivées secondes ne permet pas de conclure quant à la présence d'un extremum en $(1, 0)$
E) Le minimum de cette fonction est 0

# Quelques conseils pour finir...

- Faites des QCM ! Faites des QCM ! Faites des QCM ! Faites des QCM ! Faites des QCM ! Faites des QCM ! Faites des QCM ! Faites des QCM ! Faites des QCM ! Faites des QCM ! Faites des QCM !

- Soyez au point sur les questions de cours (épidémio, informatique médicale, lois de probas...) ça fait des points gagnés facilement et rapidement !

- Gérez bien votre temps pour les exos et essayez d'assurer les calculs

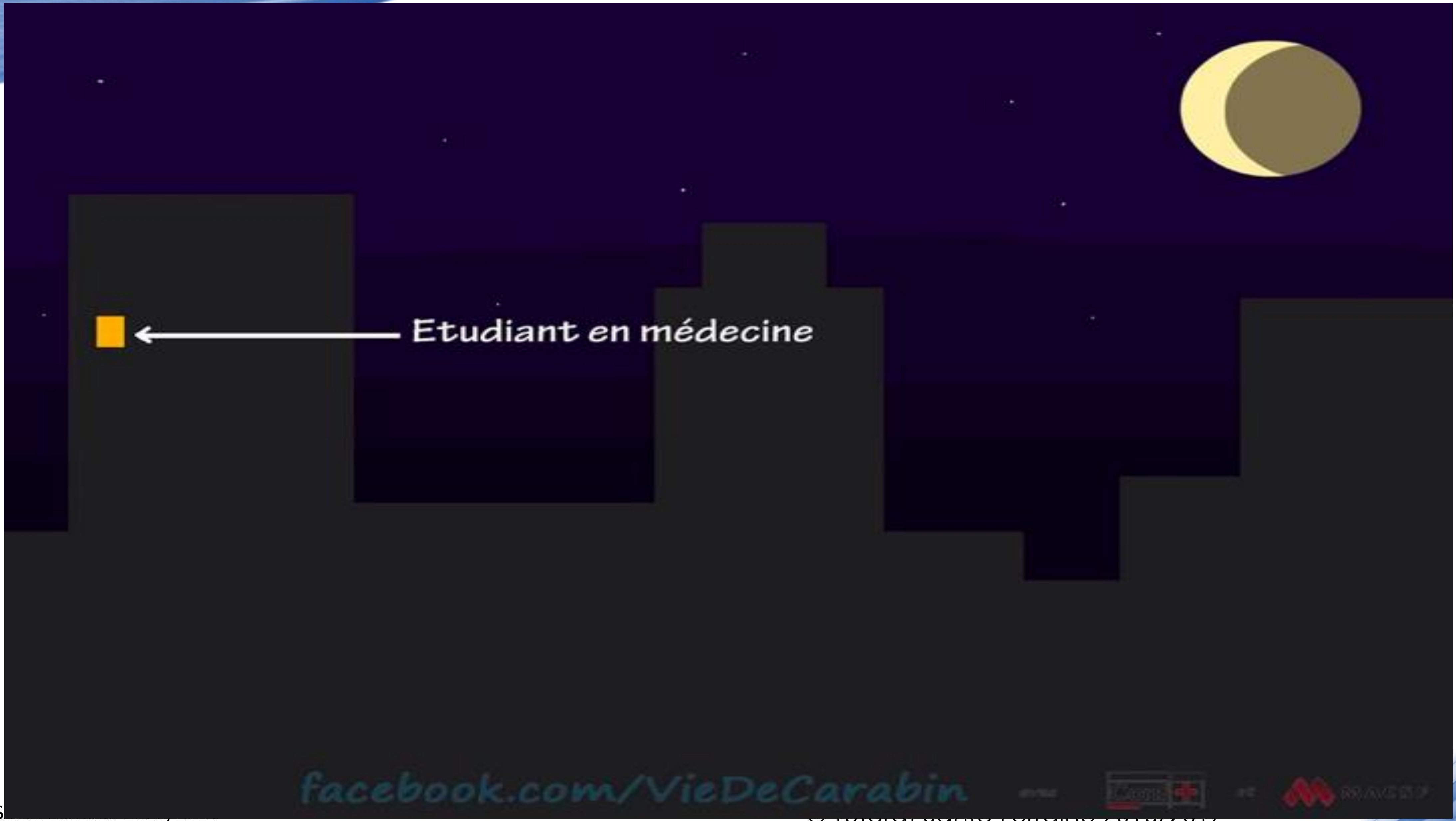
-Si vous n'avez pas fini à temps, prenez 1 ou 2 minutes pour mettre tout faux à ce que vous n'avez pas eu le temps de répondre (Attention aux QRU quand même !!!)

Tutorat Santé Lorraine

# Merci de votre attention ☺

Avez-vous des questions ?

# Bonnes révisions !





© Tutorat Santé Lorraine 2016/2017